**Clase Aplicaciones de las derivadas**

Las aplicaciones de derivadas que se van a desarrollar son : crecimiento de una función ;curvatura; puntos de inflexión y extremos

**I.¿Cómo determinar que una función es creciente ,decreciente?**

**Primera derivada**

Dado f(x) =5x2 +20x +3, determine los intervalos en que f puede describirse como: a) una función creciente; b) una función decreciente y c) ni creciente ni decreciente.

F’(x)=5\*2x+20+0=10x+20

F’(x)=0 no creciente/ni decreciente

10x=-20

X=-2

F’(-2)=10\*(-2)+20=0

X<-2 ;x=-3

F’(-3)=10\*(-3)+20=-30+20=-10 <0 decreciente

Para cualquier x<-2 la función es decreciente ,tiene pendiente negativa (a medida que x crece y va cayendo su valor)

x>-2 ;x=1

f’(1)=10\*1+20=30>0 creciente,pendiente es positiva ,x crece y crece ,o x decrece y decrece

Intervalo

[ -∞ a x<-2 función decreciente y desde x>-2 hasta∞+ la función es creciente ]

Conclusiones

X=-2

CASO 1 CONSTANTE CUANDO X=-2 ; F’(-2)=0 ( no es creciente ,ni decreciente es constante)

CASO 2 para cualquier valor en los reales <-2 la función es decreciente

CASO 3 para cualquier valor en los reales x>-2 la función va a ser creciente

**II.Curvatura y crecimiento/decrecimiento de una función : Concavidad y puntos de inflexión**

Diagrama

Descripción generada automáticamente

La concavidad de una función se puede evaluar analizando el comportamiento de la segunda derivada

F’’(x)>0 convexa

F’’(x)<0 cóncava

F’’(x)=0 no podemos decir nada con respecto a la concavidad o convexidad

EJEMPLO 1

f(x) = x3 - 2x2 +x -1, determínese la concavidad de la gráfica de f en x =2 y x =3.

F’(x)=3-2\*2x+1-0=3

F’’(x)=3\*2x-4\*1+0=6x-4

F’’(x)= 6x-4

F’’(2)=6\*2-4=8>0 convexa va creciendo a tasa creciente

F’’(3)= 6\*3-4=14 >0 convexa va creciendo a tasa creciente

F’’(x)=0

6x=4

X=4/6=0,6666

F’’(4/6)=6\*-4=0

X<4/6 concava

X=4/6=0,666

X=0,5 representa a cualquier valor menor que 4/6 con el fin de analizar el tramo en el cual puede ser concava

F’’(x)=6\*0,5-4=-1 <0 cóncava

Punto de inflexión

F’’(x)=0

X=4/6=0,66

X=0,5

F’’(0,5)=<0 concava

X=4/6 ; x=1

F’’(1)=6\*1-4=2 >0 convexa

Al analizar los puntos alrededor del valor cambia el signo de la segunda derivada ,esto implica que este valor es un punto de inflexion

EJEMPLO 2

Determine la concavidad de la gráfica de f(x) = x4 en x = 0.

Punto de inflexión

Se determina calculando la segunda derivada

F’(x)=

F’’(x)=4\*3=12

F’’(x)<0 cóncava

F’’(x)>0 Convexa

X=0

F’’(0)=12\*0\*0=0 nada con respecto a la concavidad o convexidad

X<0

X=-3

F’’(x)=4\*3=12\*(-3)=108>0 convexa

x>0

x=2

f’’(x)= 12 = 12(2\*2)=48>0 convexa

Para cualquier valor en los reales la función es convexa

En el caso del ejemplo no existe punto de inflexión ,porque a la derecha o a la izquierda del punto que hace que f’’(x)=0 la función siempre es convexa

Para hacer el análisis del punto de inflexión

1. Calcular la segunda derivada
2. Una vez calculada la segunda derivada ,obtener el valor de x que hace que f’’(x)=0
3. Una vez que encontramos este valor de x ,vamos a evaluar a la segunda derivada en valores menores y mayores a ese x
4. Si cuando hago esa evaluación el signo de la segunda derivada cambia al pasar por esos valores ,esto implica que estamos frente a un punto de inflexión

Determinar si existe un punto de inflexión

Ejemplo 3

Imagen que contiene objeto, reloj

Descripción generada automáticamente

**F’(x)= - +2x+0= - +2x**

**F’’(x)= *-2x+2=******-3x+2***

***F’’(x)= -3x+2=0***

***Formula cuadrática***

***===***

***X1=2***

***X2=1***

***Comprobar que son candidatos a puntos de inflexión***

***F’’(2)= -3\*2+2=0***

***Evaluar***

***X<2***

***X=-2***

***F’’(-2)= -3\*(-2)+2=4+6+2=12>0 convexa***

***x>2***

***x=4***

***f’’(4)=-3x+2= 16-3\*4+2=6 >0 convexa***

***x=2 no existe punto de inflexión***

***X2=1***

***f’’(4)=-3x+2***

***X<1 CONVEXA***

***X>1***

***CONVEXA***

***NO TIENE PUNTO DE INFLEXION ES CRECIENTE***

***x>2***

**III.Identificación de los extremos de una función a partir de los puntos críticos**

Gráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamente

Dada la función f, las condiciones necesarias para la existencia de un máximo o mínimo relativo en x = a (con a contenido en el dominio de f ) son: I f’ (a)= 0, o f’(a) no está definida

1. Condición encontrar un valor de x que hace que la primera derivada sea 0 ,o se indefina
2. Una vez que encontré ese valor de x, se va evaluar el signo de f’(x) con valores mayores o menores a ese punto
3. Si en valores menores f’(x)<0 ,pasa por el valor y luego f’(x)>0 ,significa que el valor de x que hizo que f’(x)=0 era un mínimo
4. Si en valores menores f’(x)>0 ,pasa por el valor y luego f’(x)<0 ,significa que el valor de x que hizo que f’(x)=0 era un maximo

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Determine la localización o localizaciones de cualquier punto crítico en la gráfica de

f(x) = 2x2 -12x - 10, así como su naturaleza.